الاقترانات المثلثية

الاقترانات المثلثية

المفهوم الأساسي

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

الاقترانات المثلثية هي نسب بين أضلاع المثلث قائم الزاوية (الوتر، المقابل، المجاور) لزاوية حادة θ.

اقترانات المقلوب

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

توضح هذه الصيغ العلاقة العكسية بين الاقترانات الأساسية ومقلوباتها.

اتعلم

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

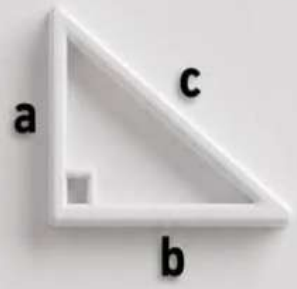
ملاحظات هامة تخص علاقة اقتران tan واقتران cot بالـ sin والـ cos.

نظرية فيثاغورس والاقترانات المثلثية

نص نظرية فيثاغورس

مربع طول الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعي طول الضلعين الآخرين.

قانون نظرية فيثاغورس



$$c^2 = a^2 + b^2$$

حيث c يمثل الوتر، بينما يمثل a و b الضلعين الآخرين للمثلث القائم.

خطوات الحل

1 تحديد الأضلاع المجهولة وإيجاد أطوالها

يتم فحص أضلاع المثلث (الوتر، المقابل، المجاور) وتطبيق القانون $c^2 = a^2 + b^2$ لإيجاد الوتر، أو $a^2 = c^2 - b^2$ لإيجاد أحد الضلعين.

2 حساب الاقترانات المثلثية الستة

بعد توفر أطوال الأضلاع الثلاثة بالكامل، يتم تطبيق القوانين مباشرة لحساب قيم الاقترانات.

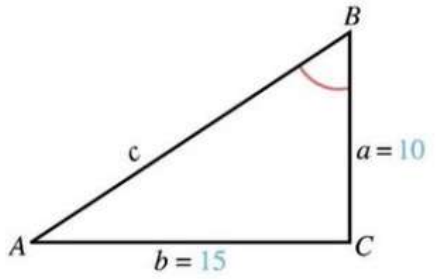
الأستاذ حمزة أبو عوقوب 0771150065

السؤال 1

أجد قيم الاقترانات المثلثية الستة للزاوية θ في كل مما يأتي

الإجابة

A



❖ أجد طول الوتر باستعمال نظرية فيثاغورس

$$c^2 = a^2 + b^2$$

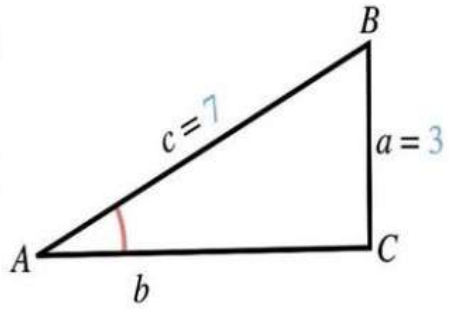
$$c^2 = (10)^2 + (15)^2$$

$$c^2 = 100 + 225 \quad \rightarrow \quad c = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$$

❖ أجد الاقترانات المثلثية للزاوية θ

- $\sin(\theta) = \frac{b}{c} = \frac{15}{5\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$
- $\cos(\theta) = \frac{a}{c} = \frac{10}{5\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$
- $\tan(\theta) = \frac{b}{a} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$
- $\sec(\theta) = \frac{c}{a} = \frac{5\sqrt{13}}{10} = \frac{\sqrt{13}}{2}$
- $\csc(\theta) = \frac{c}{b} = \frac{5\sqrt{13}}{15} = \frac{\sqrt{13}}{3}$
- $\cot(\theta) = \frac{a}{b} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

B



❖ أجد طول الضلع b باستعمال نظرية فيثاغورس

$$b^2 = c^2 - a^2$$

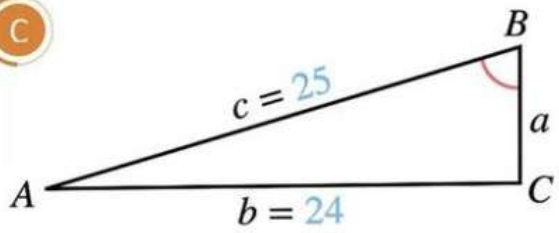
$$b^2 = (7)^2 - (3)^2$$

$$b^2 = 49 - 9 \quad \rightarrow \quad b = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

❖ أجد الاقترانات المثلثية للزاوية θ

- $\sin(\theta) = \frac{a}{c} = \frac{3}{7}$
- $\cos(\theta) = \frac{b}{c} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$
- $\tan(\theta) = \frac{a}{b} = \frac{3}{2\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{20}$

C



❖ أجد طول الضلع a باستعمال نظرية فيثاغورس

$$a^2 = c^2 - b^2$$

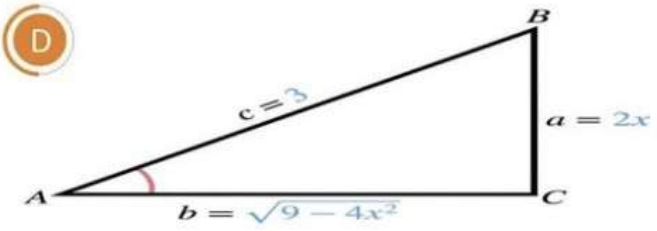
$$a^2 = (25)^2 - (24)^2$$

$$a^2 = 625 - 576 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{49} = 7$$

❖ أجد الاقترانات المثلثية للزاوية θ

- $\sin(\theta) = \frac{b}{c} = \frac{24}{25}$
- $\cos(\theta) = \frac{a}{c} = \frac{7}{25}$
- $\tan(\theta) = \frac{b}{a} = \frac{24}{7}$
- $\sec(\theta) = \frac{c}{b} = \frac{7}{2\sqrt{10}}$
- $\csc(\theta) = \frac{c}{a} = \frac{7}{3}$
- $\cot(\theta) = \frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$

D



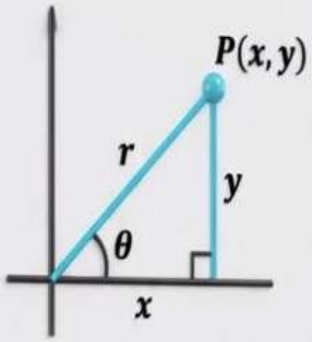
❖ أجد الاقترانات المثلثية للزاوية θ

- $\sin(\theta) = \frac{a}{c} = \frac{2x}{3}$
- $\cos(\theta) = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{9-4x^2}}{3}$
- $\tan(\theta) = \frac{a}{b} = \frac{2x}{\sqrt{9-4x^2}}$
- $\sec(\theta) = \frac{c}{b} = \frac{3}{\sqrt{9-4x^2}}$
- $\csc(\theta) = \frac{c}{a} = \frac{3}{2x}$
- $\cot(\theta) = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{9-4x^2}}{2x}$

الاقترانات المثلثية باستعمال نقطة معلومة

قيم الاقترانات المثلثية عند نقطة معلومة

المفهوم الأساسي



$$r=\sqrt{x^2+y^2}, r\neq 0$$

قوانين الاقترانات المثلثية

قاطع التمام $\csc\theta=\frac{r}{y}, y\neq 0$	الجيب $\sin\theta=\frac{y}{r}$
القاطع $\sec\theta=\frac{r}{x}, x\neq 0$	جيب التمام $\cos\theta=\frac{x}{r}$
ظل التمام $\cot\theta=\frac{x}{y}, y\neq 0$	الظل $\tan\theta=\frac{y}{x}, x\neq 0$

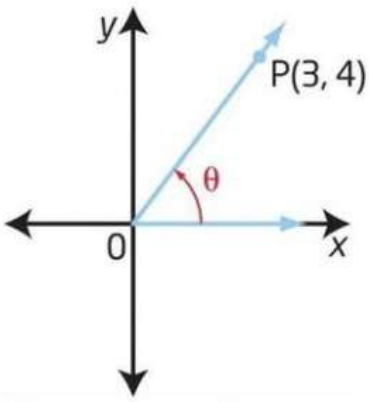
السؤال 2

تقع النقطة المعطاة في كل مما يأتي على ضلع انتهاء الزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي. أجد قيم الاقترانات المثلثية الستة للزاوية θ

الإجابة

A $(3, 4)$

❖ ارسم الزاوية θ وأجد قيمة r



$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$r=\sqrt{(3)^2+(4)^2}=\sqrt{25}=5$$

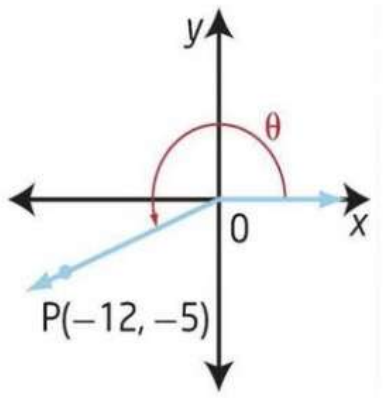
❖ استعمل القيم $x=3$, $y=4$, $r=5$ لكتابة الاقترانات المثلثية الستة للزاوية θ

الأستاذ حمزة أبو عرقوب 0771150065

- $\sin(\theta)=\frac{y}{r}=\frac{4}{5}$
- $\csc(\theta)=\frac{r}{y}=\frac{5}{4}$
- $\cos(\theta)=\frac{x}{r}=\frac{3}{5}$
- $\sec(\theta)=\frac{r}{x}=\frac{5}{3}$
- $\tan(\theta)=\frac{y}{x}=\frac{4}{3}$
- $\cot(\theta)=\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$

B $(-12\ ,\ -5)$

❖ ارسم الزاوية θ وأجد قيمة r



$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{(-12)^2+(-5)^2}=\sqrt{169}=13$

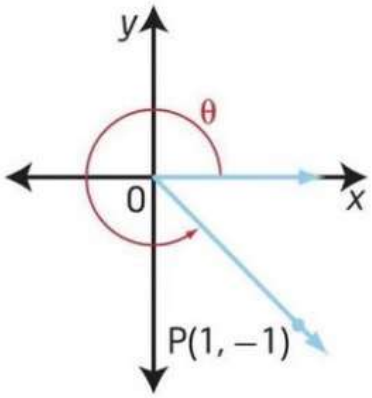
❖ استعمل القيم $r=13$ ، $y=-5$ ، $x=-12$

لكتابة الاقترانات المثلثية الستة للزاوية θ

- $\sin(\theta)=\frac{y}{r}=\frac{-5}{13}$
- $\csc(\theta)=\frac{r}{y}=\frac{13}{-5}$
- $\cos(\theta)=\frac{x}{r}=\frac{-12}{13}$
- $\sec(\theta)=\frac{r}{x}=\frac{13}{-12}$
- $\tan(\theta)=\frac{y}{x}=\frac{5}{12}$
- $\cot(\theta)=\frac{x}{y}=\frac{12}{5}$

C $(1\ ,\ -1)$

❖ ارسم الزاوية θ وأجد قيمة r



$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{(1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$

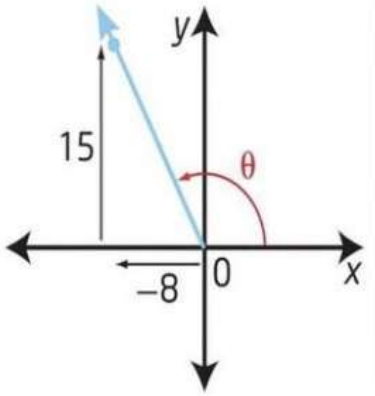
❖ استعمل القيم $r=\sqrt{2}$ ، $y=-1$ ، $x=1$

لكتابة الاقترانات المثلثية الستة للزاوية θ

- $\csc(\theta)=\frac{r}{y}=\frac{\sqrt{2}}{-1}=-\sqrt{2}$
- $\sin(\theta)=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$
- $\sec(\theta)=\frac{r}{x}=\frac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}$
- $\cos(\theta)=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\cot(\theta)=\frac{x}{y}=\frac{1}{-1}=-1$
- $\tan(\theta)=\frac{y}{x}=\frac{-1}{1}=-1$

السؤال 3

أجد الاقترانات المثلثية الستة في الشكل المجاور



الإجابة

❖ أجد قيمة x , y

$(-8\ ,\ 15)$

❖ أجد قيمة r

$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{(-8)^2+(15)^2}=\sqrt{289}=17$

❖ استعمل القيم $r=17$, $y=15$, $x=-8$

لكتابة الاقترانات المثلثية الستة للزاوية θ

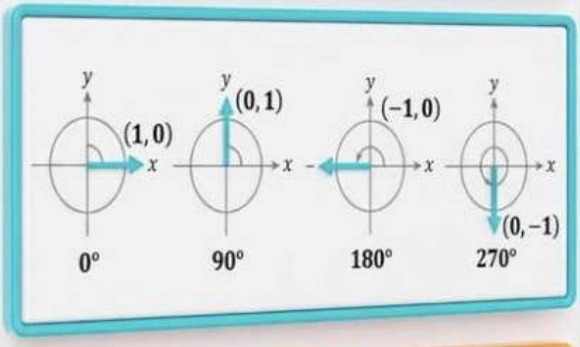
- $\csc(\theta)=\frac{r}{y}=\frac{17}{15}$
- $\sin(\theta)=\frac{y}{r}=\frac{15}{17}$
- $\sec(\theta)=\frac{r}{x}=\frac{17}{-8}$
- $\cos(\theta)=\frac{x}{r}=\frac{-8}{17}$
- $\cot(\theta)=\frac{x}{y}=\frac{-8}{15}$
- $\tan(\theta)=\frac{y}{x}=\frac{15}{-8}$

قيم الاقترانات المثلثية للزوايا الربعية

دليل الاقترانات المثلثية للزوايا الربعية

الزاوية الربعية

هي الزاوية التي ينطبق ضلع انتهائها على أحد المحاور الإحداثية (x أو y).



خطوات الحل

1. إيجاد الزاوية في الدورة الأولى
2. تحديد محور الانتهاء ($r = 1$)
3. التعويض بالإحداثيات (x, y)

السؤال 4

أكمل الجدول الاتي

الإجابة

θ	sin θ	cos θ	tan θ
0°			
90°			
180°			
270°			
360°			

السؤال 5

أجد قيمة كل اقتران مثلثي مما يأتي إذا كان معرفا والا أكتب عبارة " غير معرف "

الإجابة

A) $\cot(270^o)$

- تقع ضمن الدورة الأولى
- تقع على محور y السالب
- تعويض احداثيات النقطة $(0, -1)$ و $r = 1$

$$\cot(270^o) = \frac{x}{y} = \frac{0}{-1} = 0$$

الأستاذ حمزة أبو عرقوب 0771150065

B $\csc\left(\frac{\pi}{2}\right)$

❖ تقع ضمن الدورة الأولى

❖ تقع على محور y الموجب

❖ تعويض احداثيات النقطة $(1\ ,\ 0)$ و $r=1$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{r}{y}=\frac{1}{1}=1$$

C $\cos(-\pi)$

❖ تقع ضمن الدورة الأولى

❖ تقع على محور x السالب

❖ تعويض احداثيات النقطة $(-1\ ,\ 0)$ و $r=1$

$$\cos(-\pi)=\frac{x}{r}=\frac{-1}{1}=-1$$

D $\tan(6\pi)$

❖ لا تقع ضمن الدورة الأولى فنجد الزاوية المشتركة ضمن الدورة الأولى

$$6\pi-2\pi=4\pi-2\pi=2\pi-2\pi=0$$

❖ تقع على محور x الموجب

❖ تعويض احداثيات النقطة $(1\ ,\ 0)$ و $r=1$

$$\tan(6\pi)=\frac{y}{x}=\frac{0}{1}=0$$

E $\sin\left(\frac{-11\pi}{2}\right)$

❖ لا تقع ضمن الدورة الأولى فنجد الزاوية المشتركة ضمن الدورة الأولى

$$\frac{-11\pi}{2}+2\pi=\frac{-5\pi}{2}+2\pi=\frac{-\pi}{2}+2\pi=\frac{3\pi}{2}$$

❖ تقع على محور y السالب

❖ تعويض احداثيات النقطة $(-1\ ,\ 0)$ و $r=1$

$$\sin\left(\frac{-11\pi}{2}\right)=\frac{y}{r}=\frac{-1}{1}=-1$$

F $\csc(-180^\circ)$

G $\cot\left(\frac{5\pi}{2}\right)$

H $\tan(-540^\circ)$

θ	$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

قيم الاقترانات المثلثية باستعمال الزاوية المرجعية

الزاوية المرجعية وقيمة الاقتران المثلثي

الزاوية المرجعية

الزاوية المرجعية (θ') وكيفية قياسها

هي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ والمحور x.

الربع الأول: $\theta' = \theta$

الربع الثاني: $\theta' = 180^\circ - \theta$ أو $\theta' = \pi - \theta$

الربع الثالث: $\theta' = \theta - 180^\circ$ أو $\theta' = \theta - \pi$

الربع الرابع: $\theta' = 360^\circ - \theta$ أو $\theta' = 2\pi - \theta$

خطوات حساب قيمة الاقتران المثلثي

1. **أجد قياس θ'.**
2. **أجد قيمة الاقتران المثلثي للزاوية θ'.**
3. **أحدد الإشارة حسب الربع الذي تقع فيه θ.**

تحديد إشارة الاقتران في الأرباع الأربعة:

الربع الأول: جميع الاقترانات موجبة.

الربع الثاني: $\sin\theta, \csc\theta$ موجبة فقط.

الربع الثالث: $\tan\theta, \cot\theta$ موجبة فقط.

الربع الرابع: $\cos\theta, \sec\theta$ موجبة فقط.

ملاحظات هامة جدا

التعامل مع الزوايا السالبة أو الأكبر من دورة كاملة:

إذا كان قياس الزاوية سالباً أو أكبر من 2π، نجد أولاً الزاوية المشتركة معها بحيث يكون قياسها موجباً وأقل من 2π.

السؤال 6

أجد الزاوية المرجعية لكل زاوية في الوضع القياسي مما يأتي

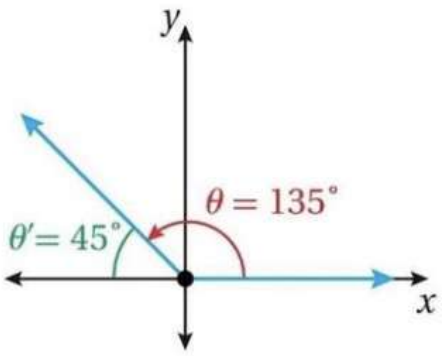
الإجابة

A $\theta = 135^\circ$

❖ تقع في الربع الثاني

$\theta' = 180^\circ - \theta$

$\theta' = 180^\circ - 135 = 45^\circ$

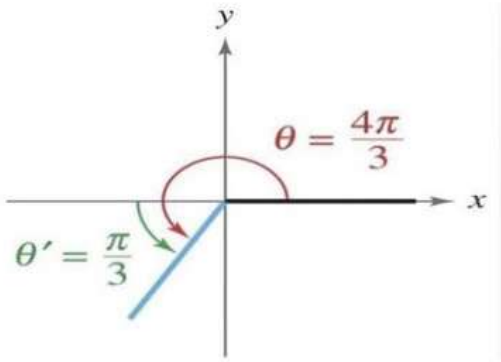


الأستاذ حمزة أبو عوقوب 0771150065

B $\theta = \frac{4\pi}{3}$

❖ تقع في الربع الثالث

$$\theta' = \frac{4\pi}{3} - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = \frac{4\pi}{3} - \pi = \frac{\pi}{3}$$



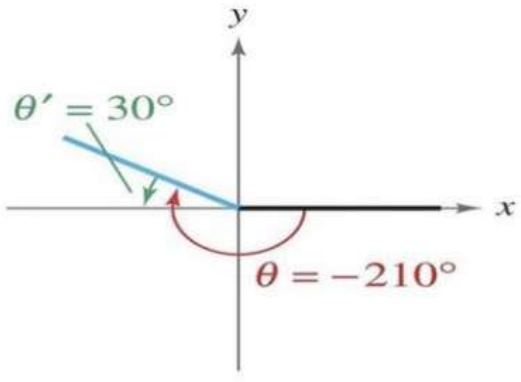
C $\theta = -210^o$

❖ الزاوية سالبة إذا نجد الزاوية المشتركة الموجبة

$$-210^o + 360^o = 150^o$$

❖ تقع في الربع الثاني

$$\theta' = 180^o - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = 180^o - 150 = 30^o$$



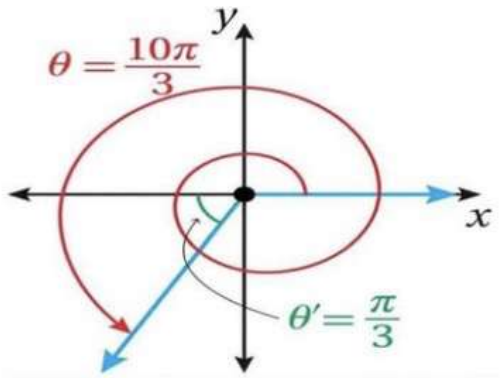
D $\theta = \frac{10\pi}{3}$

❖ الزاوية أكبر من 2π إذا نجد الزاوية المشتركة الموجبة

$$\frac{10\pi}{3} - 2\pi = \frac{4\pi}{3}$$

❖ تقع في الربع الثالث

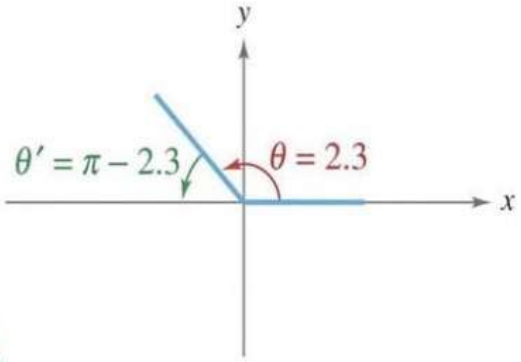
$$\theta' = \theta - \pi \quad \rightarrow \quad \theta' = \frac{4\pi}{3} - \pi = \frac{\pi}{3}$$



E $\theta = 2.3$

❖ تقع في الربع الثاني

$$\theta' = \pi - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = \pi - 2.3 \approx 8.42$$



السؤال 7

أجد قيمة كل مما يأتي

الإجابة

A $\tan\ (135^o)$

❖ نجد الزاوية المرجعية حيث تقع في الربع الثاني

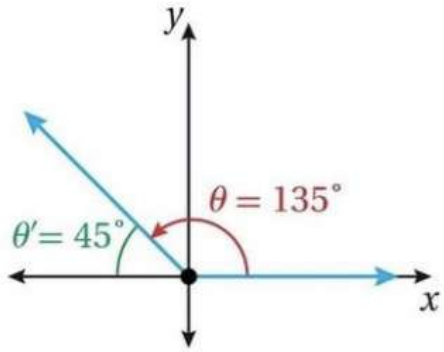
$$\theta' = 180^o - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = 180^o - 135^o = 45^o$$

❖ أحدد الإشارة

في الربع الثاني يكون $\tan\ (\theta)$ سالب

❖ أجد قيمة الاقتران المثلثي

$$\tan\ (135^o) = -\tan\ (45^o) = -1$$



B $\sec\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

❖ نجد الزاوية المرجعية حيث تقع في الربع الرابع

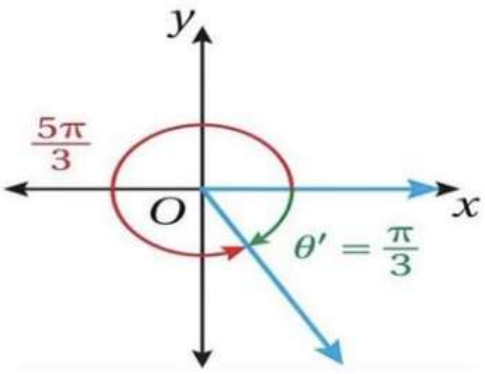
$$\theta' = 2\pi - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = 2\pi - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

❖ أحدد الإشارة

في الربع الرابع يكون $\sec\ (\theta)$ موجب

❖ أجد قيمة الاقتران المثلثي

$$\sec\left(\frac{5\pi}{3}\right) = +\sec\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$$



الأستاذ حمزة أبو عوقوب 0771150065

C $\cot\ (510^o)$

❖ الزاوية أكبر من 2π إذا نجد الزاوية المشتركة الموجبة

$$510^o - 360^o = 150^o$$

❖ نجد الزاوية المرجعية حيث تقع في الربع الثاني

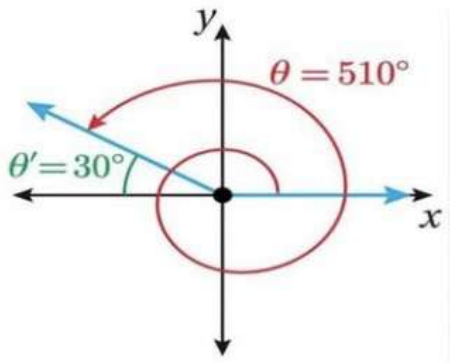
$$\theta' = 180^o - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = 180^o - 150^o = 30^o$$

❖ أحدد الإشارة

في الربع الثاني يكون $\cot\ (\theta)$ سالب

❖ أجد قيمة الاقتران المثلثي

$$\cot\ (510^o) = -\cot\ (30) = -\sqrt{3}$$



D $\sin\left(\frac{-4\pi}{3}\right)$

❖ الزاوية سالبة إذا نجد الزاوية المشتركة الموجبة

$$\frac{-4\pi}{3} + 2\pi = \frac{2\pi}{3}$$

❖ نجد الزاوية المرجعية حيث تقع في الربع الثاني

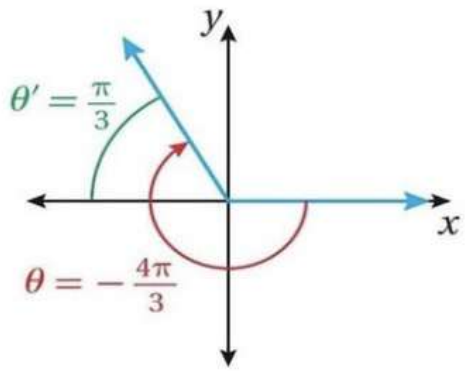
$$\theta' = \pi - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

❖ أحدد الإشارة

في الربع الثاني يكون $\sin\ (\theta)$ موجب

❖ أجد قيمة الاقتران المثلثي

$$\sin\left(\frac{-4\pi}{3}\right) = +\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



E $\csc\left(-420^o\right)$

❖ الزاوية سالبة إذا نجد الزاوية المشتركة الموجبة

$$-420^o + 360^o = -60^o + 360^o = 300^o$$

❖ نجد الزاوية المرجعية حيث تقع في الربع الرابع

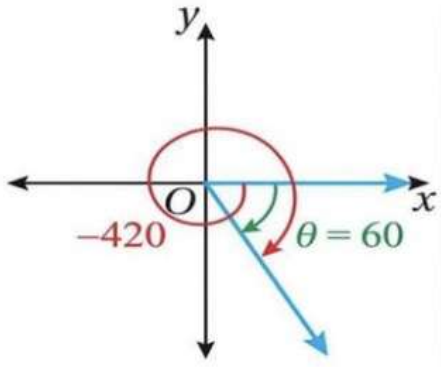
$$\theta' = 360^o - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = 360^o - 300^o = 60^o$$

❖ أحدد الإشارة

في الربع الرابع يكون $\csc\ (\theta)$ سالب

❖ أجد قيمة الاقتران المثلثي

$$\csc\left(-420^o\right) = -\csc\ (60) = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$



F $\cos\left(\frac{11\pi}{4}\right)$

❖ الزاوية أكبر من 2π إذا نجد الزاوية المشتركة الموجبة

$$\frac{11\pi}{4} - 2\pi = \frac{3\pi}{4}$$

❖ نجد الزاوية المرجعية حيث تقع في الربع الثاني

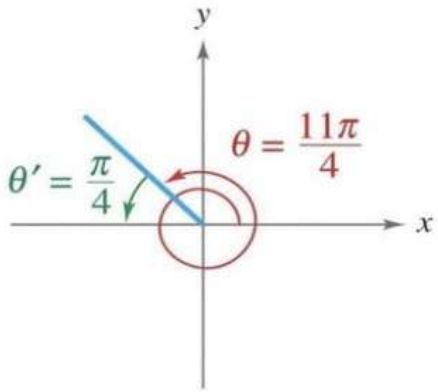
$$\theta' = \pi - \theta \quad \rightarrow \quad \theta' = \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

❖ أحدد الإشارة

في الربع الثاني يكون $\cos\ (\theta)$ سالب

❖ أجد قيمة الاقتران المثلثي

$$\cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$



الاقترانات المثلثية لزاوية إذا علم ربعها واحد قيمها

الاقترانات المثلثية لزاوية علم ربعها

خطوات الحل الأربعة لإيجاد القيم

1. **تحديد الإشارات:** معرفة الربع الذي تقع فيه الزاوية لتحديد إشارتي x و y.
2. **استخراج الإحداثيات:** تحديد قيمتي x و y من خلال الاقتران المعطى.
3. **حساب الوتر:** إيجاد قيمة r بتطبيق نظرية فيثاغورس $(r = \sqrt{x^2 + y^2})$
4. **إيجاد الاقترانات:** تعويض القيم الثلاث (x, y, r) في قوانين الاقترانات المثلثية المتبقية لحسابها.

كيفية تحديد الربع؟

الربع الأول: جميع الاقترانات المثلثية موجبة.

الربع الثاني: اقتران الجيب (sin) ومقلوبه قاطع التمام (csc) موجبان فقط.

الربع الثالث: اقتران الظل (tan) ومقلوبه ظل التمام (cot) موجبان فقط.

الربع الرابع: اقتران جيب التمام (cos) ومقلوبه القاطع (sec) موجبان فقط.

إشارات الإحداثيات حسب موقع الربع

الربع الأول: x موجب، y موجب.

الربع الثاني: x سالب، y موجب.

الربع الثالث: x سالب، y سالب.

الربع الرابع: x موجب، y سالب.

السؤال 8

في أي ربع " ارباع " تقع الزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي في كل من الحالات الاتية

الإجابة

A $\cos(\theta) > 0$

- في الأول والرابع

B $\tan(\theta) < 0$

- في الثاني والرابع

C $\sin(\theta) > 0$, $\cot(\theta) < 0$

- في الثاني

D $\cos(\theta) < 0$, $\csc(\theta) < 0$

- في الثالث

E $\sec(\theta) > 0$, $\tan(\theta) > 0$

- في الأول

الأستاذ حمزة أبو عوقوب 0771150065

السؤال 9

أجد قيمة كل من الاقترانات المثلثية الخمسة المتبقية للزاوية θ في كل مما يأتي

الإجابة

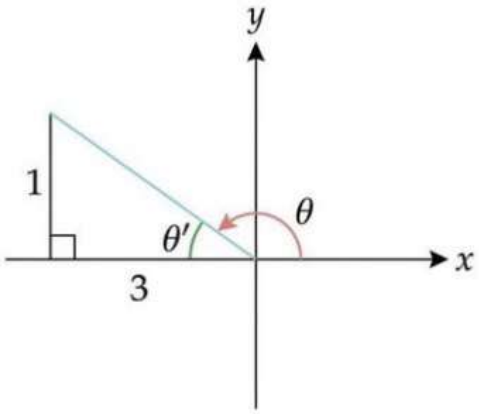
A $\cot(\theta) = -3 \quad , \quad \sin(\theta) > 0$

❖ أحدد الربع

$\cot(\theta)$ سالب و $\sin(\theta)$ موجب تقع في الربع الثاني

❖ أحدد النقطة

$$\cot(\theta) = \frac{x}{y} = \frac{-3}{1} \quad \rightarrow \quad (-3 \ , \ 1)$$



❖ أجد قيمة r

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10}$$

❖ أجد قيم الاقترانات المثلثية الأخرى

$$\sin(\theta)\frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad , \quad \csc(\theta)\frac{r}{y} = \frac{\sqrt{10}}{1} = \sqrt{10}$$

$$\cos(\theta)\frac{x}{r} = \frac{-3}{\sqrt{10}} \quad , \quad \sec(\theta)\frac{r}{x} = \frac{\sqrt{10}}{-3} = \frac{-\sqrt{10}}{3}$$

$$\tan(\theta)\frac{y}{x} = \frac{1}{-3} \quad , \quad \cot(\theta)\frac{x}{y} = \frac{-3}{1} = -3$$

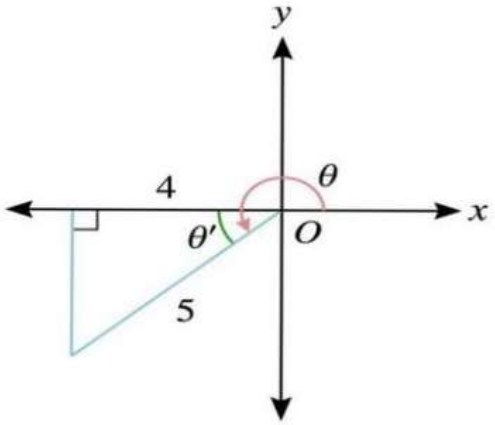
B $\cos(\theta) = \frac{-4}{5} \quad , \quad \csc(\theta) < 0$

❖ أحدد الربع

$\cos(\theta)$ سالب و $\csc(\theta)$ سالب تقع في الربع الثالث

❖ أحدد النقطة

$$\cos(\theta) = \frac{x}{r} = \frac{-4}{5} \quad \rightarrow \quad (-4 \ , \ y) \ , \ r = 5$$



الأستاذ حمزة أبو عرقوب 0771150065

❖ أجد قيمة y

$$y=\sqrt{r^2-x^2}=\sqrt{(5)^2-(4)^2}=3$$

❖ أجد قيم الاقترانات المثلثية الأخرى

$$\sin(\theta)\frac{y}{r}=\frac{3}{5} \quad , \quad \csc(\theta)\frac{r}{y}=\frac{5}{3}$$

$$\cos(\theta)\frac{x}{r}=\frac{-4}{5} \quad , \quad \sec(\theta)\frac{r}{x}=\frac{5}{-4}=\frac{-5}{4}$$

$$\tan(\theta)\frac{y}{x}=\frac{3}{-4} \quad , \quad \cot(\theta)\frac{x}{y}=\frac{-4}{3}$$

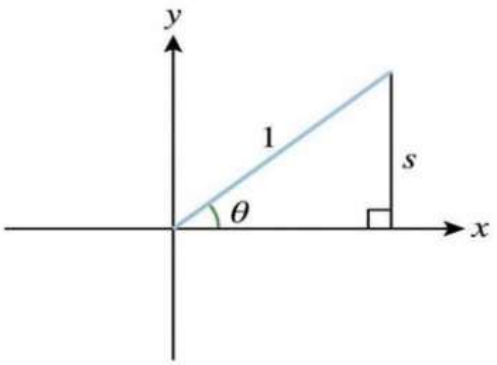
C $\sin(\theta)=s \quad , \quad \tan(\theta)>0 \quad , \quad s>0$

❖ أحدد الربع

$\sin(\theta)$ موجب و $\tan(\theta)$ موجب تقع في الربع الأول

❖ أحدد النقطة

$$\sin(\theta)=\frac{y}{r}=\frac{s}{1} \quad \rightarrow \quad (x\ ,\ s) \ , \ r=1$$



❖ أجد قيمة x

$$x=\sqrt{r^2-y^2}=\sqrt{(1)^2-(x)^2}=\sqrt{1-x^2}$$

❖ أجد قيم الاقترانات المثلثية الأخرى

$$\sin(\theta)\frac{y}{r}=\frac{s}{1}=s \quad , \quad \csc(\theta)\frac{r}{y}=\frac{1}{s}$$

$$\cos(\theta)\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{1-x^2}}{1} \quad , \quad \sec(\theta)\frac{r}{x}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\tan(\theta)\frac{y}{x}=\frac{s}{\sqrt{1-x^2}} \quad , \quad \cot(\theta)\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{1-x^2}}{s}$$

D $\cos(\theta)=\frac{-2\sqrt{2}}{3} \quad , \quad 0\le\theta\le\pi$

E $\tan(\theta)=\frac{2}{3} \quad , \quad \csc(\theta)<0$

F $\sec(\theta)=\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad , \quad -180\le\theta\le 0$

الأستاذ حمزة أبو عرقوب 0771150065

معكوس الاقترانات المثلثية الأساسية

معكوس الاقترانات المثلثية

المفهوم

تقييد المجال لضمان اقتران "واحد لواحد" لتنجح في اختبار الخط الأفقي ويصبح لها معكوس $f^{-1}(x)$.

خصائص الاقترانات المثلثية العكسية

1. $y = \sin^{-1} x$: المجال $[-1, 1]$، المدى $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
2. $y = \cos^{-1} x$: المجال $[-1, 1]$، المدى $[0, \pi]$.
3. $y = \tan^{-1} x$: المجال $(-\infty, \infty)$، المدى $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

1 خطوات حل معكوس الاقترانات الأساسية

اسأل نفسك: ما هي الزاوية التي جيبها أو جيب تمامها أو ظلها يعطي القيمة x؟

2 التعامل مع القيم السالبة داخل المعكوس

$\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x$

$\tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1} x$

$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1} x$

السؤال 10

أجد قيمة كل مما يأتي (ان وجدت) في الفترة المعطاة

A $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

❖ الزاوية التي الجيب لها $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ضمن الفترة هي $\frac{\pi}{4}$

B $\cos^{-1}(0)$, $[0, \pi]$

❖ الزاوية التي جيب التمام لها 0 ضمن الفترة هي $\frac{\pi}{2}$

C $\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$, $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

❖ الزاوية ضمن الفترة هي $\frac{-\pi}{6}$

D $\cos^{-1}\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$, $[0, \pi]$

$\cos^{-1}\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

❖ الزاوية ضمن الفترة هي $\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

الأستاذ حمزة أبو عرقوب 0771150065